

Lògica, raonament i demostració

Test 1 (Lògica i raonament)

Miquel Angel Perelló
aprendes.com

Versió 2021

1. Considerem l'enunciat següent sobre una festa: "Si és el teu aniversari o hi haurà pastís, hi haurà pastís". Quina de les següents afirmacions és falsa?
 - (a) Si p = "és el teu aniversari" i q = "hi haurà pastís", llavors l'enunciat s'expressa formalment així: $(p \vee q) \longrightarrow q$.
 - (b) Suposant que l'enunciat és cert, podem concloure (si és que hi ha alguna cosa) afirmant només que hi haurà pastís.
 - (c) Suposant que l'enunciat és cert, si no hi haurà pastís podem concloure que és el teu aniversari. (*)
 - (d) Suposem que s'ha descobert que l'afirmació és mentida, aleshores podem concloure que és el teu aniversari, però el pastís és mentida.
2. Si p = "Joan sempre diu la veritat" i q = "Jaume sempre menteix", llavors quina de les següents afirmacions és falsa?
 - (a) L'enunciat "No és cert que en Joan o Jaume diguin sempre mentides" s'expressa formalment d'aquesta manera: $\neg(\neg p \vee q)$.
 - (b) $\neg p \longrightarrow \neg q$ és l'enunciat "Si en Joan menteix, llavors en Jaume diu la veritat".
 - (c) $p \wedge \neg q$ és l'enunciat "Joan i Jaume no menteixen".
 - (d) L'enunciat "No és el cas que si en Joan menteix, aleshores en Jaume digui sempre la veritat" s'expressa formalment així $\neg(\neg p \longrightarrow q)$. (*)
3. Prenent com univers el conjunt dels nombres enters \mathbb{Z} . Si p = " x és múltiple de 3" i q = " x és enter positiu més petit que 10". Quina de les següents afirmacions és vertadera?
 - (a) $\neg(\neg p \vee \neg q) = "x$ és múltiple de 3 més petit que 10".
 - (b) $p \longrightarrow \neg q = "si$ x es múltiple de 3, aleshores x és un enter més petit o igual que 0 o és més gran o igual que 10". (*)
 - (c) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) = "x$ és múltiple de 3 o x és enter positiu més petit que 10".

- (d) $(p \longrightarrow q) \vee \neg p$ és una proposició que només és falsa quan assignem a la variable x valors enters més grans o iguals que 10”.
4. La proposició $(\neg p \longleftarrow \neg q) \vee (r \longrightarrow q)$ és falsa quan:
- p i q són falses, i r és vertadera.
 - p és vertadera, i q i r són vertaderes.
 - p i r són vertaderes, i q és falsa. (*)
 - p, q i r són falses.
5. Quin parell de formes proposicionals són lògicament equivalents?
- $A \wedge B$ i $\neg(\neg A \longrightarrow B)$
 - $(A \wedge B) \vee (B \vee \neg C)$ i $(\neg A \vee \neg B) \longrightarrow \neg(\neg B \wedge C)$ (*)
 - $\neg((A \longrightarrow \neg B) \vee \neg(C \wedge \neg C))$ i $C \vee \neg C$
 - $(A \longrightarrow B) \longleftarrow B$ i A
6. En Pere t'estava explicant el que va menjar ahir a la tarda. Et diu: “Vaig prendre crispetes o panses. A més, si tenia entrepans de cogombre, llavors tenia refresc. Però no vaig beure refresc ni te”. Per descomptat, sabeu que en Pere és el pitjor mentider del món, i tot el que diu és fals. Què va menjar en Pere?
- entrepans de cogombre i te (*)
 - crispetes o panses i refresc
 - nomé te
 - entrepans de cogombre i refresc
7. De les premisses $P_1 = \neg A \longrightarrow (B \longrightarrow \neg C)$, $P_2 = C \longrightarrow \neg A$, $P_3 = (\neg D \vee A) \longrightarrow \neg \neg C$ i $P_4 = \neg D$, què es pot deduir si és vàlid?
- Podem dedur qualsevol cosa perquè les premisses són inconsistents.
 - $B \wedge \neg(A \vee D)$
 - $\neg B \wedge (A \vee D)$
 - $\neg(A \vee B \vee D)$ (*)
8. Volem simplificar els enunciats següents de manera que la negació només apareix directament al costat dels predicats, quina les següents equivalències no és correcte?
- $\neg \exists x \forall y (\neg O(x) \vee E(y)) \iff \forall x \exists y (O(x) \wedge \neg E(y))$
 - $\neg \forall x \neg \forall y \neg (x < y \wedge \exists z (x < z \vee y < z)) \iff \exists x \forall y (x < y \wedge \exists z (x < z \vee y < z))$ (*)
 - “Hi ha un nombre n per al qual cap altre nombre és menor o igual a n ” és equivalent a “Hi ha un nombre n per al qual tots els altres nombres són estrictament majors que n ”.

- (d) “És fals que per a cada nombre n hi hagi dos nombres més entre els quals es troba n ” és equivalent a “Hi ha un nombre n que no està entre altres dos nombres”.

9. Es diu que el raonament següent és vàlid

$$\frac{P_1 : \exists x (P(x) \wedge Q(x))}{P_2 : \exists x (M(x) \wedge \neg P(x))} \\ \frac{}{\exists x (M(x) \wedge Q(x))}$$

perquè es considera com a prova la deducció següent:

1.	$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$	P 1
2.	$\exists x M(x)$	P 2
3.	$P(a) \wedge Q(a)$	EQE 1
4.	$Q(a)$	EC 3
5.	$M(a) \wedge \neg P(a)$	EQE 2
6.	$M(a)$	EC 5
7.	$M(a) \wedge Q(a)$	IC (4,5)
8.	$\exists x (M(x) \wedge Q(x))$	IQE 6

- (a) És correcte.
- (b) No és vàlid perquè EQE 2 no permet escriure $M(a) \wedge \neg P(a)$ sinó, per exemple, $M(b) \wedge \neg P(b)$ sent b una instància de x que no apareix abans. (*)
- (c) El raonament no és vàlid perquè és inconsistent; de les premisses es dedueix $P(a) \wedge \neg P(a)$.
- (d) Cap de les respostes anteriors és certa.
10. Dels següents raonaments: (i) Qui menysprea a tots els fanàtics menysprea també a tots els polítics. Algú no menysprea a un determinat polític. Per consegüent, hi ha un fanàtic al qual no tothom menysprea; i (2) A tots els gats simpàtics i intel·ligents els agrada el fetge picat. Cada siamès és simpàtic. Hi ha un siamès que no li agrada el fetge picat. Per consegüent, hi ha un gat estúpid.
- (a) (i) i (ii) són vàlids. (*)
- (b) Cap dels dos és vàlid.
- (c) (i) és vàlid, i (ii) no.
- (d) (i) no és vàlid, i (ii) sí.