

Ejercicios propuestos

Números reales

1. Expresa la relación de pertenencia a los conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} o \mathbb{R} de los siguientes números:

- a) $2/5$ b) $\sqrt{6}$ c) $2,87333\dots$
d) $0,4142434\dots$ e) $3,1415926535\dots$ f) $-7,832$
g) $5,272727\dots$ h) $5,000\dots$ i) $\sqrt[5]{3}$

2. De los siguientes números reales, después de efectuar las operaciones indicadas, indica cuáles son racionales y cuáles no:

- a) $\sqrt[3]{-27}$ b) $(1/5)^{1/2}$ c) $\sqrt{100}$
d) $(\sqrt{3})^0$ e) 7^{-1} f) $(-64)^{1/3}$
g) $(1/3)^{-1/2}$ h) $(1/2)^{-1}$ i) $\sqrt[4]{1/81}$

3. Ordena de menor a mayor los siguientes números reales:

$$-3/5 \quad 1,348125\dots \quad -1,8222\dots \quad -\sqrt{2} \quad |-5/3| \quad \frac{2}{5}$$

4. Representa en la recta real, los puntos siguientes

$$-\sqrt{2} \quad \sqrt{5} \quad -2\sqrt{5} \quad \sqrt{5} - 1 \quad \sqrt{3} \quad 2\sqrt{3} - \sqrt{2}$$

y, después, ordénalos de menor a mayor.

5. Formar las dos sucesiones de aproximaciones sucesivas por defecto y por exceso correspondientes a los números siguientes: (a) $7,28$, (b) $15,343434\dots$ y (c) $-2,357357357\dots$

6. Halla una sucesión de intervalos encajados que determine a cada uno de los siguientes números reales: (a) $2,757575\dots$ (b) $3,2484848\dots$ y (c) π .

7. Escribe dos sucesiones de intervalos encajados que definan el número 2 .

8. Halla tres números reales que estén comprendidos entre $1,342178\dots$ y $1,342179\dots$

9. Calcula el valor de la diagonal de un rectángulo de lados 1 y $\sqrt{2}$ y determina si es racional o irracional.

10. A un rectángulo de altura 1 y base el número áureo $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ se le quita un cuadrado de lado 1 , resultando otro rectángulo. Halla las longitudes de los lados de este rectángulo y prueba que es semejante al rectángulo dado.

11. Suponiendo que $x = y$, ¿en qué paso de la siguiente deducción se comete error?

$$\begin{aligned} (1) \quad & x^2 = xy \\ (2) \quad & x^2 - y^2 = xy - y^2 \\ (3) \quad & (x + y)(x - y) = y(x - y) \\ (4) \quad & x + y = y \\ (5) \quad & 2y = y \\ (6) \quad & 2 = 1 \end{aligned}$$

12. En una batalla han participado 4000 hombres. De los supervivientes, el $56.\widehat{56}\%$ no fuma y el $56.\widehat{756}\%$ no bebe. ¿ Cuántos hombres han muerto?
13. Halla todos los números reales x tales que: (a) $x^2 > 3x + 4$ y (b) $1 < x^2 < 4$.
14. Resuelve las siguientes inecuaciones:
- $|x + 1| < 2$
 - $|2x - 1| < |x - 1|$
 - $|x + 2| + |x - 2| \leq 12$
 - $||x + 1| - |x - 1|| < 1$
15. Halla el supremo y el ínfimo de los siguientes subconjuntos de números reales, indicando si son máximo o mínimo respectivamente.
- $A = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x^2 \leq 2\}$
 - $B = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$
 - $C = \{x \in \mathbb{R} : 0 < (x - 2)^2 \leq 3\}$
 - $D = \{\frac{1}{3^m} : m \in \mathbb{Z}\}$
16. Expresa en forma de intervalos los siguientes conjuntos:
- $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 2| \leq 1\}$
 - $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 3x + 3 < 1\}$
 - $C = \{x \in \mathbb{R} : (x^2 - x - 1)/(x - 1) > 1\}$
 - $D = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| |x + 2| = 3\}$
17. Escribe el conjunto de puntos cuya distancia a 5 sea menor que $1/2$.
18. Expresa en forma de entornos los siguientes intervalos
- $(-1, 5)$
 - $(0, 3)$
 - $(8, 12)$