

# Exámenes

## Índice

1. Examen: Operaciones con polinomios	1
2. Examen: Factorización de polinomios	3
3. Examen: Operaciones con fracciones de polinomios	4

## 1. Examen: Operaciones con polinomios

- Si  $p(x)$  y  $q(x)$  son dos polinomios, entonces
  - $\text{grad } (p(x) + q(x)) = \text{grad } p(x) + \text{grad } q(x)$
  - $\text{grad } (p(x) + q(x)) \leq \text{máx } \{\text{grad } p(x), \text{grad } q(x)\}$
  - $\text{grad } (p(x) \cdot q(x)) = \text{grad } p(x) + \text{grad } q(x)$
  - $\text{grad } (p(x) \cdot q(x)) = \text{grad } (p(x) + q(x))$
- De las siguientes expresiones, ¿cuál es un polinomio de  $\mathbb{Z}[x]$ ?
  - $3x^4 - 2x + \sqrt{2}$
  - $2x^{-3} + x^2 - 2x + 1$
  - $x^5 - \frac{8}{2}x^3 - 4x - 1$
  - $3\sqrt{x^3} + 2x^2 + x - 1$
- Si  $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ , entonces
  - $p(-1) = -4$
  - $p(\sqrt{2}) = -7$
  - $p(\frac{1}{2}) = -\frac{11}{8}$
  - Ninguna de las anteriores
- Sabiendo que  $p(x) = 3x^3 - 5x^2 + 5x + 1$  y  $q(x) = Ax^3 + (B - C)x^2 + (2A + B + C)x + 1$ . Entonces  $p(x) = q(x)$  si
  - $A = 3, B = -3, C = 2$
  - $A = 3, B = 2, C = -3$
  - $A = 3, B = C = 2$
  - Ninguna de las anteriores

- Dada la siguiente potencia

$$\left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{21}$$

entonces:

- El término general de su desarrollo por la fórmula de Newton es  $\binom{21}{k} (\sqrt{2})^{23-2k}$
- El término undécimo de su desarrollo es  $2\binom{21}{10}\sqrt{2}$

- c) El último término de su desarrollo es  $\frac{1}{1024\sqrt{2}}$   
 d) Ninguna de las anteriores

6. En el desarrollo por la fórmula de Newton de la potencia

$$\left(2x + \frac{1}{2}\right)^{15}$$

se cumple:

- a) El término cuarto del desarrollo es  $\binom{15}{3} \cdot x^{12}$   
 b) El término independiente de  $x$  en el desarrollo es  $2^{-15}$   
 c) El coeficiente del término de lugar 14 es  $\binom{15}{13} \cdot 2^{-9}$   
 d) El término en que aparece  $x^{10}$  es  $16 \cdot \binom{15}{5} \cdot x^{10}$

7. Calculando los productos indicados

$$(x - 1 + \sqrt{2}) \cdot (x - 1 - \sqrt{2}) \cdot (x + 1 + \sqrt{2}) \cdot (x + 1 - \sqrt{2})$$

y expresando el resultado en forma de polinomio, se obtiene

- a)  $x^4 - 6x^2 - 1$   
 b)  $x^4 + 6x^2 + 1$   
 c)  $x^4 - 6x^2 + 1$   
 d)  $x^4 + 6x^2 - 1$

8. El cociente  $c(x)$  y el resto  $r(x)$  de dividir  $12x^4 - 7x^3 - 74x^2 + 7x + 10$  por  $3x^2 - 7x - 4$  son

- a)  $c(x) = x^2 + x + 1$  y  $r(x) = x - 1$   
 b)  $c(x) = 4x^2 + 7x - 3$  y  $r(x) = 7x - 1$   
 c)  $c(x) = x^2 + x + 1$  y  $r(x) = 2x - 2$   
 d)  $c(x) = 4x^2 + 7x - 3$  y  $r(x) = 14x - 2$

9. Dados los polinomios

$$\begin{aligned} p(x) &= 6x^3 + 9x^2 + 2x + 3 \\ q(x) &= 2x^3 + 3x^2 + 4x + 6 \end{aligned}$$

entonces:

- a)  $\text{m.c.d.}(p(x), q(x)) = x + \frac{3}{2}$   
 b)  $\text{m.c.d.}(p(x), q(x)) = x^2 + 2$   
 c)  $\text{m.c.d.}(p(x), q(x)) = x^3 + \frac{3}{2}x^2$   
 d) Ninguna de las anteriores

10. Si  $x^3 - 3x^2 + x - a$  es divisible por  $x^2 + 1$ , entonces

- a)  $a = 4$   
 b)  $a = 3$   
 c)  $a = 2$   
 d)  $a = 1$

## 2. Examen: Factorización de polinomios

1. Si un polinomio  $p(x)$  cumple  $p(a) = 0$  para un cierto número real, entonces

- a)  $p(x)$  es divisible por  $x - a$
- b)  $p(x)$  es divisible por  $x + a$
- c)  $p(x)$  no es divisible por  $x - a$
- d) No se puede asegurar nada si no sabemos el valor de  $a$

2. En la siguiente división

$$\frac{p(x)}{R} \Big| \frac{x+a}{c(x)}$$

se cumple:

- a)  $p(a) = c(a)$
- b)  $p(-a) = R$
- c)  $p(a) = R$
- d)  $p(-a) = c(a)$

3. Si un polinomio  $p(x)$  tiene todos sus coeficientes enteros y  $-3$  es una de sus raíces, entonces

- a) Su término independiente puede ser 8
- b) Su término independiente puede ser 9
- c) Su término independiente puede ser cualquier número negativo
- d)  $p(3) = 0$

4. El cociente  $c(x)$  y el resto  $r(x)$  de dividir  $\sqrt{2}x^4 - 4\sqrt{2}$  por  $x + \sqrt{2}$  es

- a)  $c(x) = \sqrt{2}x^3 + 2x^3 + 2\sqrt{2}x + 4$  y  $r(x) = 0$
- b)  $c(x) = \sqrt{2}x^3 + 2x^3 + 2\sqrt{2}x + 4$  y  $r(x) = \sqrt{2}$
- c)  $c(x) = \sqrt{2}x^3 - 2x^2 + 2\sqrt{2}x - 4$  y  $r(x) = 0$
- d)  $c(x) = \sqrt{2}x^3 - 2x^2 + 2\sqrt{2}x - 4$  y  $r(x) = -\sqrt{2}$

5. ¿Cuál de los siguientes polinomios es divisible por  $x - 2$ ?

- a)  $x^2 + 2x + 1$
- b)  $x^2 + x - 2$
- c)  $x^3 - 3x + 2$
- d)  $x^6 - 64$

6. Si el resto de dividir  $p(x) = x^3 + ax^2 - bx + 6$  por  $x - 1$  es 5 y el de dividirlo por  $x + 1$  es 3, entonces:

- a)  $a = -2$  y  $b = 0$
- b)  $a = -2$  y  $b = -4$
- c)  $a = 2$  y  $b = -4$
- d)  $a = 2$  y  $b = -2$

7. Un polinomio tiene resto 5 al dividirlo por  $x - 3$  y también al dividirlo por  $x + 1$ . ¿Cuál es el resto de dividirlo por  $(x - 3)(x + 1)$ ?

- a)  $3x + 5$
- b)  $x + 5$
- c) 5

d) No podemos hallarlo porque faltan datos

8. Las soluciones reales de la ecuación

$$x^6 - x^5 - 6x^4 - x^2 + x + 6 = 0$$

son:

a)  $-2, -1, 1$  y  $2$

b)  $-2, -1, 1$  y  $3$

c)  $-3, -1, 1$  y  $2$

d) Ninguna de las anteriores

9. La descomposición factorial del polinomio  $p(x) = 4x^4 - 17x^2 + 4$  es

a)  $4(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$

b)  $4(x^2+1)(x-2)(x+2)$

c)  $4(x^2+1)(x^2+4)$

d)  $4(x-2)(x+2)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})$

10. ¿Cuál de los siguientes polinomios tiene  $-2$  como raíz doble,  $0$  como raíz triple y  $1$  como raíz de multiplicidad  $4$ ?

a)  $(x-2)^2(x+1)^4$

b)  $x(x+2)^2(x-1)^4$

c)  $x^3(x+2)^2(x-1)^4$

d)  $x^3(x-2)^2(x+1)^4$

### 3. Examen: Operaciones con fracciones de polinomios

1. La fracción algebraica

$$\frac{x^2 + x}{x^2 + 2x}$$

es equivalente a:

a)  $\frac{x+1}{x+2}$

b)  $\frac{x}{2x}$

c)  $\frac{x^3}{2x^3}$

d)  $\frac{x}{x+2}$

2. ¿Cuál es la fracción irreducible, equivalente a

$$\frac{x^2 - 25}{x^2 + 10x + 25}$$

a)  $\frac{1}{10x}$

b)  $\frac{x+5}{x-5}$

c)  $\frac{x-5}{x+5}$

d) Ninguna de las anteriores

3. Al simplificar la siguiente fracción algebraica

$$\frac{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 4x + 3}{2x^5 + x^3 + 2x^2 - 10x + 5}$$

se obtiene:

- a)  $\frac{2x-3}{2x^2+5}$
- b)  $\frac{2x+3}{2x^2+5}$
- c)  $\frac{2x+3}{2x^2+1}$
- d)  $\frac{2x-1}{2x^2+1}$

4. Al efectuar las operaciones indicadas y simplificar

$$\frac{x+1}{2x-2} - \frac{4x}{x^2-1} - \frac{x^2+1}{1-x^2} - \frac{x-1}{2x+2}$$

se obtiene:

- a)  $\frac{x-1}{x+1}$
- b)  $\frac{-1}{x+1}$
- c)  $\frac{x}{x+1}$
- d)  $\frac{x+1}{x-1}$

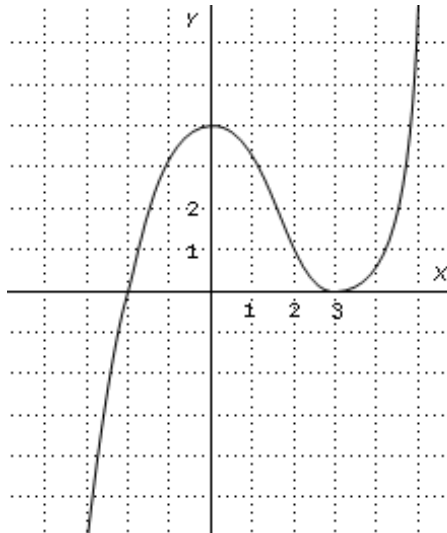
5. Al efectuar las operaciones indicadas y simplificar

$$\left(\frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x}\right) : \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x}\right)$$

se obtiene:

- a)  $-1$
- b)  $1$
- c)  $2x^2 - 1$
- d)  $-2x^2 + 1$

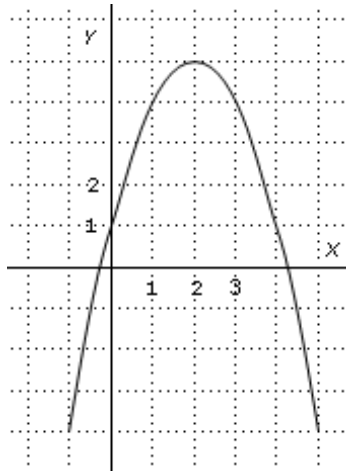
6. Dada la siguiente gráfica de una función polinómica de tercer grado  $f$



entonces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- a) La función es decreciente para  $0 < x < 3$
- b) Dominio de  $f$  es  $\mathbb{R}$
- c) Para  $x < -2$  la función es negativa
- d) 1 tiene dos antiimágenes

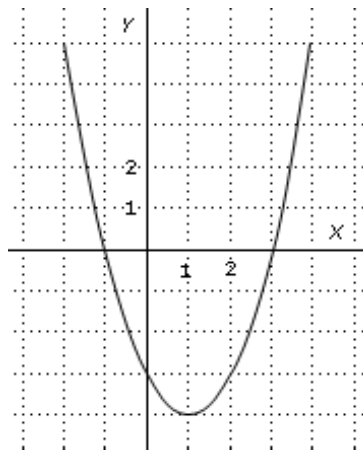
7. Dada la siguiente gráfica de una función cuadrática  $f$



entonces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- a) La función presenta un punto de ordenada máxima en  $x = 2$  y su valor es 5
- b) La gráfica de esta función es la parábola de ecuación  $y = -x^2 + 4x + 1$
- c) La función es negativa para  $2 - \sqrt{5} < x < 2 + \sqrt{5}$
- d) La función es creciente  $x < 2$

8. Dada la siguiente gráfica de una función cuadrática  $f$



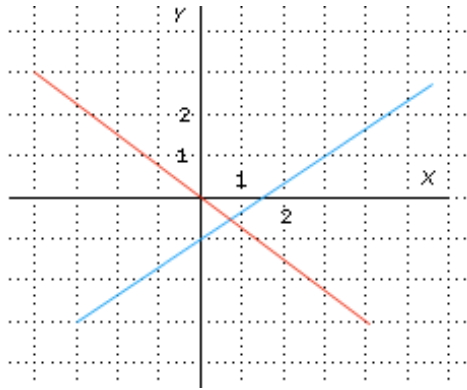
¿cuál de las siguientes características corresponde a dicha gráfica?

- a) La función es positiva para  $-1 < x < 3$
- b) La función tiene un punto de ordenada mínima en  $x = 1$  cuyo valor es 2
- c) La función es creciente para  $x < 1$
- d) La gráfica de esta función es la parábola de ecuación  $y = x^2 - 2x - 3$

9. Dada la función cuadrática  $f$  definida por  $f(x) = x^2 + 2x + k$ , entonces:

- a) Su gráfica corta al eje de abscisas en un punto si  $k = 1$
- b) Su gráfica corta el eje de abscisas en dos puntos si  $k > 1$
- c) Su gráfica no corta al eje de abscisas si  $k < 1$
- d) Ninguna de las anteriores

10. Dada las siguientes gráficas de dos funciones



¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- a) La gráfica de la función lineal es la recta de ecuación  $y = -\frac{3}{4}x$
- b) La gráfica de la función afín es la recta de ecuación  $y = \frac{3}{2}x - 1$
- c)  $\frac{12}{17}$  tiene la misma imagen en ambas funciones
- d) Las dos funciones son negativas  $(0, \frac{3}{2})$